

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

Questions de cours: Römer et la vitesse de la lumière

En 1671, l'astronome danois Olaus Christensen Römer étudie les satellites de Jupiter (découvert par Galilée en 1609) à l'Observatoire de Paris. Plus précisément, il étudie les éclipses de ces satellites (et en particulier des séries d'éclipses du satellite Io), dont on pensait à l'époque qu'elles pourraient constituer un moyen de détermination des longitudes en mer. Römer se rend alors compte que ces éclipses (approximativement une toutes les 42,5 heures pour le satellite Io) se produisent souvent en avance (ou en retard) de plusieurs minutes par rapport aux éphémérides (c'est-à-dire aux précisions théoriques) calculées par Jean-Dominique Cassini. Plus précisément, les 'sorties d'éclipses' observées (c'est-à-dire le moment où le satellite sort de l'ombre de Jupiter) sont en retard par rapport aux éphémérides quand la Terre s'éloigne de Jupiter, et les entrées d'éclipses sont en avance quand la Terre s'en rapproche.

1. Comment Römer interprète-il cela ? Faire un dessin (sur lequel figure la Terre, le Soleil, Jupiter et le satellite Io) pour appuyer votre réponse.
2. Expliquer comment, selon l'hypothèse de Römer, on peut estimer le temps que met la lumière pour traverser l'orbite terrestre (c'est-à-dire pour parcourir le diamètre du quasi-cercle que fait la trajectoire de la Terre autour du Soleil), en fonction des 'retards' et des 'avances' mesurés au cours d'une année.

Particules fondamentales

1. Trouver quelles combinaisons de quarks u et d sont nécessaires pour former des baryons de charges $-e$, 0 , e et $2e$.
2. Montrer pourquoi on a jamais observé de mesons de charge $2e$ ou des baryons de charge $-2e$.
3. Estimer les masses des quarks u, d et s dans les baryons à partir des masses du proton, du neutron et de la particule Λ (pour ce faire, on ignorera les interactions entre les différents quarks).

On donne: $m_p=938.3 \text{ MeV}/c^2$, $m_n=939.6 \text{ MeV}/c^2$ et $m_\Lambda=1116 \text{ MeV}/c^2$

Accélérateur linéaire à électrons

1. Première partie

Mouvement relativiste sous l'action d'une force constante

Une particule de masse au repos m_0 et de charge électrique q est abandonnée à l'instant $t = 0$, sans vitesse initiale, dans un champ électrique uniforme \vec{E} .

- (a) Montrer que l'impulsion relativiste de la particule, p , croît linéairement en fonction du temps tandis que son énergie cinétique, T , croît linéairement en fonction de l'espace parcouru, x .

En déduire l'équation horaire du mouvement.

(b) Donner la nature du mouvement dans les trois cas suivants :

- i. $p \ll m_0c$,
- ii. $p \gg m_0c$,
- iii. p quelconque.

Représenter sur un même graphique l'allure de ces trois mouvements.

Application numérique - A partir de quelle énergie cinétique peut-on admettre que l'on a un mouvement du type ii) si la particule en mouvement est un électron ?
Même question pour un proton.

2. Deuxième partie

Accélérateur linéaire à électrons.

On considère une onde électromagnétique de pulsation ω qui se propage à l'intérieur d'un tuyau cylindrique métallique, parallèlement à son axe, avec une vitesse égale à la vitesse de la lumière dans le vide, c . Cette onde a une structure telle que son champ électrique possède en tout point du tube une composante longitudinale E_x , parallèle à l'axe, et une composante radiale E_r , cette composante étant nulle, par raison de symétrie, sur l'axe du tube.

A l'instant $t = 0$, un électron possédant une énergie suffisante pour que sa vitesse soit très voisine de c , est injecté dans le tube en un point O de son axe, point qui sera choisi comme origine, la vitesse initiale de l'électron étant portée par l'axe du tube et orientée dans le sens de propagation de l'onde. De plus, à l'instant $t = 0$, le champ électrique au point O a une avance de phase de φ_0 par rapport à son maximum négatif $-E$ ($0 \leq \varphi_0 < 2\pi$).

(a) A quel champ électrique sera soumis l'électron lorsqu'il se trouvera, à l'instant t , au point d'abscisse x de l'axe ?

Quelle est à l'instant $t = 0$ l'abscisse X_0 du premier maximum négatif de champ électrique que l'on rencontre en parcourant l'axe du tube dans le sens de propagation de l'onde à partir de l'origine O ?

Quelle est la position $X(t)$ de ce même maximum à l'instant t ?

(b) L'électron étant au point x de l'axe à l'instant t avec une vitesse v , écrire l'équation qui régit le mouvement de l'électron et effectuer le changement de variable

$$x(t) = X(t) - \epsilon(t),$$

$\epsilon(t)$ étant une quantité positive qui représente l'avance du maximum négatif défini à la question précédente sur la particule.

En supposant que la vitesse de l'électron reste constamment très voisine de c , montrer, en faisant les approximations convenables, que l'équation du mouvement permet d'obtenir :

$$\left(\frac{\epsilon^\bullet}{2}\right)^{1/2} + \frac{eE}{m_0c^{1/2}\omega} \sin \varphi = cstedumvt,$$

avec

$$\varphi = \omega \frac{\epsilon}{c}.$$

Masse au repos de l'électron : m_0 , valeur absolue de sa charge : e , et $\epsilon^\bullet = \frac{d\epsilon}{dt}$.

(c) Donner une expression approchée de l'énergie totale W de l'électron, et montrer que l'énergie totale réduite $y = W/W_0$, W_0 étant l'énergie totale de l'électron à injection, est reliée aux angles φ et φ_0 par :

$$y = \frac{1}{1 + a(\sin \varphi_0 - \sin \varphi)}.$$

Donner l'expression du coefficient a de la relation précédente ainsi que sa valeur numérique avec les données suivantes :

Énergie totale à l'injection $W_0 = 5 \text{ MeV}$

Valeur maximale du champ électrique $E = 30 \text{ kV/cm}$

Fréquence de l'onde électromagnétique $\nu = 3000 \text{ Mégacycles/s}$.

- (d) Tracer un réseau de courbes indiquant la variation de l'énergie réduite, y , en fonction de l'angle φ , pour différentes valeurs de la phase φ_0 à l'injection. Quelles sont les valeurs de φ_0 qui permettent à l'électron d'acquérir des énergies très élevées lors de sa progression dans le tube ?